



مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی ۱

تاریخ برگزاری:

مرکز مشاوره قلم چی

①

متناهی یا نامتناهی بودن هر یک از مجموعه های زیر را مشخص کنید.

ساده

تشریحی قلم چی ۱۳۹۹

بارم: ۱

$$\text{الف) } A = \{x | x \in \mathbb{N}, x \leq 100\}$$

ب) مجموعه مدادهای جهان

$$\text{پ) بازه } [1/4, 1/5]$$

$$\text{ت) } B = \{x | x \in \mathbb{Q}, 2 \leq x \leq 3\}$$

②

برای دو مجموعه A و B داریم، $n(A - B) = 3$ ، $n(B - A) = 9$ و $n(A \cup B) = 15$ ؛ حاصل $\frac{n(A) + n(B)}{n(A \cap B)}$ کدام است؟

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

بارم: ۱

③

با توجه به دو مجموعه داده شده به سوال ها پاسخ دهید.

ساده

تشریحی قلم چی ۱۳۹۸

بارم: ۲

$$A = \left\{ \frac{1-n}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 < x < 5\}$$

الف) مجموعه A را با اعضا و اعضای مجموعه B را به صورت بازه نمایش دهید.

ب) متناهی یا نامتناهی بودن دو مجموعه را مشخص کنید.

ج) اشتراک دو مجموعه چیست؟

④

اگر بازه $(-3, 2m+8]$ شامل ۶ عدد طبیعی باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱

⑤

درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.

ساده

تشریحی قلم چی ۱۳۹۹

بارم: ۲

الف) اگر A و B نامتناهی باشند، $A \cap B$ می تواند متناهی باشد.ب) اگر $A \cap B$ نامتناهی باشد، A و B هر دو نامتناهی اند.پ) اگر A متناهی و B نامتناهی باشد، آن گاه $B - A$ متناهی است.ت) اگر A نامتناهی و B متناهی باشد، آن گاه $A \cup B$ می تواند متناهی باشد.

۶

«متناهی» یا «نامتناهی» بودن مجموعه های زیر را مشخص کنید.

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶ دشوار

بارم: ۱.۲۵

(الف) مجموعه شمارنده های طبیعی عدد ۱۲

(ب) مجموعه مضارب طبیعی عدد ۱۲

(پ) مجموعه مولکول های موجود در ۱۲ گرم طلا

(ت) مجموعه اعداد اول دو رقمی بیشتر از ۱۲

(ث) مجموعه اعداد اعشاری بین -۱۲ و ۱۲

۷

کدام گزینه نادرست است؟

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶ دشوار

بارم: ۰.۵

(الف) مجموعه ای که یک زیر مجموعه نامتناهی داشته باشد، نامتناهی است.

(ب) زیر مجموعه یک مجموعه ی متناهی، متناهی است.

(ج) اشتراک دو مجموعه ی نامتناهی، مجموعه ای نامتناهی است.

(د) مجموعه اعداد گویا در بازه (۱۰۲) نامتناهی است.

۸

اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1 \text{ یا } x \geq 1\}$ و $B = (-2, 4]$ باشد، مطلوبست، نمایش مجموعه های زیر بر روی محور:

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷ متوسط

بارم: ۲

(الف) $A - B$

(ب) $A \cap B$

۹

اگر اشتراک مجموعه های $A = (-\infty, \frac{2a-5}{3}]$ و $B = [a, +\infty)$ ، مجموعه ای تک عضوی باشد، a کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۹ متوسط

بارم: ۱

۱۰

اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x - 1 \leq 7\}$ و $B = \{x \in \mathbb{W} \mid -3x > -15\}$ ، آنگاه $A \cap B$ کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۶ متوسط

بارم: ۱

۱۱

اگر $A_i = [-i, \frac{1}{i}]$ باشد، $(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4) - (A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4)$ شامل چند عضو صحیح است؟

تشریحی ۱۳۹۷ متوسط

بارم: ۱

۱۲

اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x < 6\}$ ، $A \cap B = (3, 6)$ و $A \cup B = [2, 7]$ باشد، مجموعه B برابر کدام بازه است؟

تشریحی ۱۳۹۷ ساده

بارم: ۱

۱۳

دو بازه ی $A = (a - 2, b)$ و $B = [a, b + 3)$ مفروضند، حاصل $A \cap B$ کدام است؟ ($a < b$)

تشریحی ۱۳۹۶ ساده

بارم: ۱

۱۴

اگر $A = [-2, 4)$ و $B = \{-2x \mid x \in A\}$ باشند، آنگاه $A - B$ کدام است؟

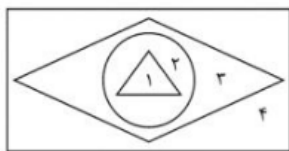
تشریحی ۱۳۹۶ متوسط

بارم: ۱

۱۵

تشریحی ۱۳۹۸ ساده

اگر مجموعه‌های Z, N, Q و R را با نمودار و زیر نمایش دهیم، به گونه‌ای که هر کدام از مجموعه‌ها نمایانگر یکی از شکل‌ها باشد، آن‌گاه عدد $2\sqrt{5}$ در کدام منطقه شماره‌گذاری شده قرار می‌گیرد؟
بارم: ۱



۱۶

تشریحی ۱۳۹۹ متوسط

اگر $A = (-3, 10] - (5, 10)$ و $B = (-4, 4) \cup (4, 5)$ ، آن‌گاه $A - B$ شامل چند عدد طبیعی است؟
بارم: ۱

۱۷

تشریحی ۱۳۹۸ دشوار

اگر $A = (-\infty, -1) \cup [0, +\infty)$ ، $B = \mathbb{R} - [-1 - m, 1 - m)$ و $A' \cap B' = [-1, 0)$ باشد، آن‌گاه مجموعه مقادیر m کدام است؟
بارم: ۱

۱۸

تشریحی ۱۳۹۹ متوسط

اگر A و B دو مجموعه جدا از هم باشند، آن‌گاه کدام گزینه همواره صحیح است؟ (U مجموعه مرجع است).
بارم: ۱

۱۹

تشریحی ۱۳۹۷ متوسط

اگر بازه A_n به صورت $A_n = (\frac{n-1}{n}, \frac{n+1}{n})$ تعریف شود، حاصل $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$ کدام است؟
بارم: ۱

۲۰

تشریحی ۱۳۹۹ ساده

اگر $A_n = (-n, n)$ باشد، حاصل $(A_1 \cup A_2 \cup A_3) - (A_1 \cap A_2)$ برابر با کدام است؟
بارم: ۱

۲۱

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

اگر $M = (-\frac{9}{4}, \pi]$ و $N = [-\sqrt{2}, \frac{6}{5})$ باشد، آن‌گاه مجموعه $M - N$ شامل چند عدد صحیح است؟
بارم: ۱

۲۲

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۶ دشوار

اگر $A_i = [\frac{-i}{3}, \frac{7-i}{3}]$ باشد، حاصل $A_4 - A_1$ را به صورت یک بازه مشخص کنید.
بارم: ۰.۷۵

۲۳

تشریحی ۱۳۹۹ دشوار

اگر $A_n = (-\frac{1}{3^n}, n^2)$ و داشته باشیم $\bigcup_{n=0}^{\infty} A_n - \bigcap_{n=0}^{\infty} A_n = (-1, a] \cup [0, b)$ ، حاصل $b - a$ کدام است؟ ($\bigcup_{n=0}^k A_n$ و $\bigcap_{n=0}^k A_n$)
بارم: ۱

۲۴

تشریحی ۱۳۹۹ ساده

اگر $A = [-4, 2)$ ، $C = (1, 3]$ و $B = [0, 4)$ باشد، حاصل $B - (A \cap C)$ به صورت کدام بازه است؟
بارم: ۱

۲۵

تشریحی ۱۳۹۵ ساده

اگر مجموعه‌ای A متناهی و مجموعه‌های B و C نامتناهی باشند، در مورد هریک از مجموعه‌های $A \cap (B \cup C)$ و $B - (A \cap C)$ به ترتیب از راست به چپ، از نظر متناهی بودن یا نبودن چه می‌توان گفت؟
بارم: ۱

۲۶

تشریحی ۱۳۹۸ ساده

مجموعه اعداد صحیح غیرحسابی، کدام است؟ (مجموعه مرجع را R در نظر بگیرید).
بارم: ۱

(۲۷)

تشریحی ۱۳۹۹ متوسط

در یک کلاس ۲۵ نفری، تعداد ۱۵ نفر عضو تیم فوتبال و ۱۲ نفر عضو تیم بسکتبال هستند. اگر تعداد نفراتی که فقط عضو تیم فوتبال هستند، $\frac{3}{4}$ برابر تعداد نفراتی باشد که فقط عضو تیم بسکتبال هستند، تعداد نفراتی که حداکثر عضو یکی از این دو تیم هستند، بارم: ۱ کدام است؟

(۲۸)

تشریحی ۱۳۹۹ متوسط

اگر $A = (\frac{2m-4}{5}, +\infty)$ و $B = (-\infty, \frac{m-3}{2})$ باشد، به ازای چند مقدار طبیعی m مجموعه $A \cap B$ متناهی است؟ بارم: ۱

(۲۹)

تشریحی ۱۳۹۹ ساده

اگر $[a, 7] \cup [-1, b] = [-2, 9]$ باشد، آن گاه $b - a$ کدام است؟ بارم: ۱

(۳۰)

تشریحی ۱۳۹۸ ساده

اگر $A = \{x \in R | -3 \leq x \leq 3\}$ ، $B = (2, +\infty)$ و $C = \{x \in R | x < 0\}$ باشد، آن گاه $(A - B) \cap C$ کدام است؟ بارم: ۱

(۳۱)

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

اگر ۶۰ درصد دانش آموزان یک کلاس عضو تیم فوتبال و ۵۰ درصد عضو تیم والیبال باشند و ۱۰ درصد نیز در هیچ کدام از این دو تیم نباشند، چند درصد حداکثر در یکی از این دو تیم حضور دارند؟ بارم: ۱

(۳۲)

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

در یک گروه ۵۰ نفره، ۲۵ نفر عینکی و ۲۰ نفر چپ دست هستند. اگر در این گروه ۱۵ نفر نه عینکی باشند و نه چپ دست، چند درصد از افراد این گروه هم عینکی و هم چپ دست هستند؟ بارم: ۱

(۳۳)

تشریحی ۱۳۹۹ متوسط

در یک میهمانی ۷۴ نفره، دو نوع نوشیدنی قهوه و چای وجود دارد که ۳۱ نفر فقط قهوه و ۳۶ نفر فقط چای نوشیده اند. اگر نسبت افرادی که حداکثر یک نوع نوشیدنی مصرف کرده اند به افرادی که قهوه مصرف کردند، ۲ باشد، در این حالت نسبت افرادی که نوشیدنی مصرف نکردند به افرادی که هر دو نوع نوشیدنی را مصرف کردند، کدام است؟ بارم: ۱

(۳۴)

تشریحی ۱۳۹۷ ساده

اگر A مجموعه اعداد طبیعی کوچکتر از ۱۱ و $B = \{2K + 2 | K \in A, 2K + 2 \in A\}$ باشد و مجموعه مرجع را مجموعه اعداد طبیعی در نظر بگیریم، مجموعه $A \cap B$ چند عضو دارد؟ بارم: ۱

(۳۵)

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

اگر M مجموعه مرجع باشد و $n(M) = 70$ ، $A = \{x | -2 \leq x \leq 2, x \in Z\}$ ، $n(B^c) = 14$ و $n(A \cap B) = 4$ باشد، $n(A^c \cap B^c)$ کدام است؟ بارم: ۱

(۳۶)

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

۱۵ نفر از دانش آموزان یک کلاس در مسابقه موسیقی و ۱۷ نفر از آن ها در مسابقه ورزشی شرکت کرده اند. اگر ۲۰ نفر از دانش آموزان کلاس در مسابقه موسیقی شرکت نکرده باشند و ۴ نفر هم در هیچ یک از این دو مسابقه شرکت نکرده باشند، چند نفر در هر دو مسابقه شرکت کرده اند؟ بارم: ۱

(۳۷)

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶ دشوار

در یک نظرسنجی از یک محفل ادبی با ۶۰ عضو مشخص شد ۲۷ نفر روزنامه A و ۱۷ نفر روزنامه B و ۲۹ نفر روزنامه C و ۱۲ نفر روزنامه A و B و ۱۳ نفر روزنامه B و C و ۱۷ نفر روزنامه A و C و ۸ نفر هر سه روزنامه را در هفته گذشته مطالعه کرده اند. چند نفر از این محفل ادبی در هفته گذشته هیچ یک از سه روزنامه را مطالعه نکرده اند؟ (رسم نمودار مسئله بارم دارد)

(۳۸)

تشریحی ۱۳۹۶ متوسط

اگر مجموعه مرجع U اعداد اول کوچکتر از ۲۰ باشد و $A = \{2, 11, 17\}$ و $B = \{3, 5, 11, 13\}$ آنگاه تعداد اعضای $(B - A) \cup (A - B)$ کدام است؟ بارم: ۱

(۳۹)

تشریحی ۱۳۹۶ ساده

در یک کلاس ۳۲ نفری، ۱۸ نفر به درس ریاضی و ۱۵ نفر به درس فیزیک علاقه‌مند هستند. اگر ۵ نفر به هیچ یک از دو درس علاقه نداشته باشند، چند نفر به هر دو درس علاقه دارند؟
بارم: ۱

(۴۰)

تشریحی ۱۳۹۹ متوسط

اگر A و B دو مجموعه جدا از هم در مجموعه مرجع U باشند، مجموعه $((A - B) \cup (B - A))'$ برابر کدام مجموعه است؟
بارم: ۱

(۴۱)

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۷ متوسط

در یک کلاس ۴۰ نفری، ۱۷ نفر به موسیقی و ۱۲ نفر به نقاشی علاقه‌مند هستند، اگر ۵ نفر به هر دو رشته علاقه‌مند باشند:
بارم: ۲

(الف) چند نفر فقط به موسیقی علاقه‌مند هستند.

(ب) چند نفر به موسیقی یا نقاشی علاقه‌مند هستند.

(پ) چند نفر به هیچ یک از دو رشته علاقه ندارند.

(ت) چند نفر فقط به یک رشته علاقه دارند.

(۴۲)

تشریحی ۱۳۹۹ ساده

در یک کلاس ۳۰ نفره، ۱۰ نفر به شطرنج و ۷ نفر به تنیس روی میز علاقه دارند. اگر در این کلاس ۵ دانش‌آموز به هر دو رشته ورزشی علاقه‌مند باشند، چند دانش‌آموز به هیچ‌کدام از این دو رشته ورزشی علاقه ندارند؟
بارم: ۱

(۴۳)

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۹ متوسط

در یک مدرسه ۱۳۰ نفری، ۹۱ نفر ساعت در دست دارند و ۴۳ نفر عینک می‌زنند. اگر ۲۰ نفر نه ساعت در دست داشته باشند و نه عینک بزنند:

(الف) چند نفر حداقل یکی از دو مورد را استفاده می‌کنند؟

(ب) چند نفر از هر دو مورد استفاده می‌کنند؟

(پ) چند نفر دقیقاً از یکی از دو مورد استفاده می‌کنند؟

(۴۴)

تشریحی ۱۳۹۹ متوسط

اگر در یک کلاس تعداد افراد با رنگ چشم قهوه‌ای (مجموعه A) ۱۸ نفر، تعداد افراد با رنگ چشم آبی (مجموعه B) $\frac{1}{3}$ تعداد افراد کل کلاس و $n(A' \cap B') = 22$ باشد، تعداد کل افراد کلاس کدام است؟
بارم: ۱

(۴۵)

تشریحی ۱۳۹۸ ساده

اگر $n(A) = 30$ و $n(A \cap B) = 16$ باشد، حاصل $n(B \cap A')$ کدام است؟
بارم: ۱

(۴۶)

تشریحی ۱۳۹۹ متوسط

با توجه به دو مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 < x < 1\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 2\}$ ، حاصل $B - A$ کدام است؟
بارم: ۱

(۴۷)

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

۱۲ نفر از دانش‌آموزان یک کلاس ۵۱ نفری فقط در المپیاد زیست‌شناسی و ۸ نفر فقط در المپیاد شیمی شرکت می‌کنند و ۸ نفر در هیچ کدام از این دو المپیاد شرکت نمی‌کنند. چند نفر لااقل در یکی از این دو المپیاد شرکت می‌کنند؟
بارم: ۱

(۴۸)

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۶ ساده

از ۵۲ دانش‌آموز سال دهم در مدرسه‌ای، ۲۵ نفر عضو تیم والیبال و ۱۷ نفر عضو تیم بسکتبال هستند و ۱۸ نفر عضو هیچ یک از این دو تیم نیستند. چند نفر فقط عضو تیم بسکتبال هستند؟
بارم: ۱

(۴۹)

تشریحی ۱۳۹۹ ساده

فرض کنید $A = \{1, 5, 6\}$ و $B \cup B' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ باشد، در این صورت مجموعه A' شامل چند عدد است؟
بارم: ۱

(۵۰)

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

تعداد دانشجویان یک کلاس ۴۱ نفر است که فقط ۵ نفر از آنها در تعطیلات به مسافرت نرفته‌اند و بقیه برای تعطیلات به مشهد یا تبریز مسافرت کرده‌اند. به این ترتیب که ۲۸ نفر از آنها به مشهد مسافرت کرده‌اند و ۸ نفر هم به مشهد و هم به تبریز مسافرت کرده‌اند. چند نفر فقط به تبریز سفر کرده‌اند؟

(۵۱)

ساده

تشریحی ۱۳۹۶

در یک الگوی خطی، جمله ی پنجم ۲۳ و جمله ی هفتم ۳۱ است. جمله ی عمومی این الگو کدام است؟

بارم: ۱

(۵۲)

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

اگر جمله عمومی یک الگوی خطی به صورت $a_n = 3n + 1$ و چهار جمله اول یک دنباله درجه ۲ به ترتیب از راست به چپ برابر با a_1, a_3, a_6 و a_{10} باشد، جمله دهم این دنباله درجه ۲ کدام است؟

بارم: ۱

(۵۳)

دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۵

الگوریتم زیر را در نظر بگیرید:

بارم: ۰.۷۵

شکل (۳)

شکل (۱)

شکل (۲)



الف) تعداد میله‌ها در هر مرحله را به صورت یک دنباله تا جمله ششم بنویسید.

ب) جمله عمومی آن را مشخص کنید.

پ) جمله چندم این دنباله ۲۵۵ است؟

(۵۴)

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

در یک دنباله خطی با جمله عمومی $t_n = kn^2 - 3n^2 - (2k+1)n + 18k$ چند جمله مثبت وجود دارد؟

بارم: ۱

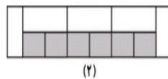
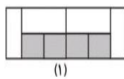
(۵۵)

دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

با توجه به الگو روبه رو:

بارم: ۲



الف) شکل بعدی را رسم کنید.

ب) برای ۴۰ کاشی سفید، چند کاشی تیره نیاز است؟

ج) در شکل چندم مجموعاً ۵۰ کاشی وجود دارد؟

(۵۶)

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

اگر $t_n = (a - 2b)n^2 + bn + 1$ و $r_n = c - n$ جملات عمومی مربوط به یک الگوی خطی باشند، حاصل $a + b + c$ کدام است؟

بارم: ۱

(۵۷)

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

در دنباله درجه دوم $5, 12, 22, \dots$ جمله دهم دنباله کدام است؟

بارم: ۱

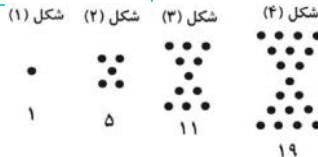
(۵۸)

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۵

با توجه به الگوی زیر:

بارم: ۱



الف) جمله ی عمومی دنباله را بنویسید.

ب) شکل دهم از چند دایره تشکیل شده است؟

(۵۹)

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

اگر $5, 12, 21, 32, \dots$ جملات یک دنباله درجه دوم باشند، جمله بیست و یکم این دنباله چند واحد از جمله اول بیش‌تر است؟

بارم: ۱

۶۵

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

در یک الگوی خطی با جمله عمومی c_n ، اگر $c_{n+1} - c_n = -4$ و جمله یازدهم -29 باشد، آن گاه چندمین جمله دنباله برابر -65 است؟

بارم: ۱

۶۱

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

حاصل ضرب ده جمله ی اول دنباله ی هندسی زیر را به دست آورید.

بارم: ۱.۵

..... و ۲۷ و ۹ و ۳

۶۲

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

دنباله $\begin{cases} 4a_1 = a_2 = 4 \\ a_{n+2} = 2a_{n+1} - a_n \quad (n \geq 1) \end{cases}$ چند جمله سه رقمی دارد؟

بارم: ۱

۶۳

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

یک دنباله هندسی دارای یازده جمله است و جملات آن روند کاهشی دارند. اگر مجموع دو جمله اول ۸ برابر مجموع دو جمله آخر باشد، جمله چهارم چند برابر جمله اول است؟

بارم: ۱

۶۴

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

اگر اضلاع یک مثلث قائم الزاویه تشکیل یک دنباله حسابی بدهند، نسبت کوچکترین ارتفاع به بزرگترین ارتفاع این مثلث کدام است؟

بارم: ۱

۶۵

ساده

تشریحی ۱۳۹۸

جملات چهارم و هفتم یک دنباله هندسی به ترتیب از راست به چپ ۲۴ و ۱۹۲ است. جمله عمومی دنباله کدام است؟

بارم: ۱

ساده

تشریحی قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۱

(ت) نامتناهی

(پ) نامتناهی

(ب) متناهی

(الف) متناهی

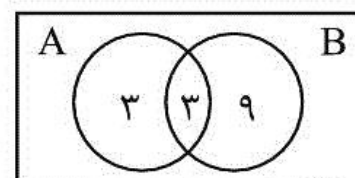
متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۲

با توجه به اطلاعات داده شده می توان تعداد عضوهای هر مجموعه را در نمودار ون زیر مشخص کرد.



$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 15 = 3 + 9 + n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 3$$

$$\frac{n(A) + n(B)}{n(A \cap B)} = \frac{6 + 12}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

ساده

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳

(الف)

$$A = \left\{ \frac{1-n}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\} = \left\{ 0, -\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, -\frac{3}{4}, \dots \right\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 < x < 5\} \Rightarrow B = (-5, 5)$$

(ب) هر دو مجموعه نامتناهی هستند.

(ج)

$$\xrightarrow{A \subset B} A \cap B = A$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۴

می‌دانیم اعداد ۱ تا ۶، شش عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۳- هستند. چون سمت راست بازه، باز است، لذا برای اینکه بازه شامل شش عدد طبیعی ۱ تا ۶ باشد، باید نامعادله $6 < 2m + 8 \leq 7$ برقرار باشد، یعنی داریم:

$$6 < 2m + 8 \leq 7 \Rightarrow -2 < 2m \leq -1 \Rightarrow -1 < m \leq -\frac{1}{2} \\ \Rightarrow m \in \left(-1, -\frac{1}{2}\right]$$

ساده

تشریحی قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۵

(الف) درست

(ب) درست

(پ) نادرست (مثال نقض: $(\{1\} - [1, 2]) = (1, 2]$)
نامتناهی متناهی نامتناهی

(ت) نادرست (چون تعداد اعضای $A \cup B$ بزرگ‌تر یا مساوی تعداد اعضای A و B است.)

دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۶

(الف) متناهی

(ب) نامتناهی

(پ) متناهی

(ت) متناهی

(ث) نامتناهی

دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۷

(ج) گزینه

متناهی است $(-\infty, 1] \cap [1, +\infty) = \{1\}$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

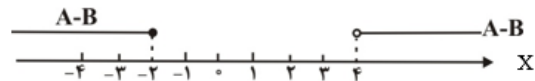
گزینه درست: null

سوال ۸

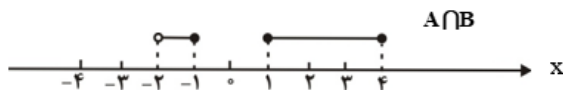
هریک از مجموعه های A و B را بر روی محور نشان می دهیم:



الف) نمایش A-B روی محور به صورت زیر است:



ب) نمایش $A \cap B$ روی محور به صورت زیر است:



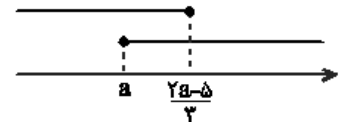
متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۹

نمایش هندسی دو بازه می‌تواند به صورت زیر باشد:



برای اینکه اشتراک دو بازه، یک مجموعه تک عضوی باشد، دو بازه فقط باید در یک نقطه اشتراک داشته باشند، بنابراین:

$$a = \frac{2a-5}{3} \Rightarrow 3a = 2a-5 \Rightarrow a = -5$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۱۰

$$2x-1 \leq 7 \Rightarrow 2x \leq 8 \Rightarrow x \leq 4 \Rightarrow A = (-\infty, 4]$$

$$-3x > -15 \Rightarrow x < 5, x \in W \Rightarrow B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$\Rightarrow A \cap B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۱۱

در عبارت $A_i = [-i, \frac{1}{i}]$ به جای i مقادیر ۱، ۲، ... می‌گذاریم تا بازه‌ها به‌دست آیند:

$$A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$$

$$= [-1, 1] \cup [-2, \frac{1}{2}] \cup [-3, \frac{1}{3}] \cup [-4, \frac{1}{4}] = [-4, 1]$$

$$A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4$$

$$= [-1, 1] \cap [-2, \frac{1}{2}] \cap [-3, \frac{1}{3}] \cap [-4, \frac{1}{4}] = [-1, \frac{1}{4}]$$

$$\Rightarrow [-4, 1] - [-1, \frac{1}{4}] = [-4, -1) \cup (\frac{1}{4}, 1]$$

اعداد صحیح در این بازه:

$$-4, -3, -2, +1$$

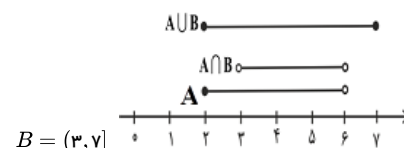
ساده

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۱۲

مطابق شکل زیر، چون $A \cap B = (3, 6)$ پس مجموعه B از عدد ۳ (بدون احتساب خود ۳) شروع می‌شود و چون $A \cup B = [2, 7]$ مجموعه B به عدد ۷ (با احتساب خود ۷) ختم می‌شود، پس:



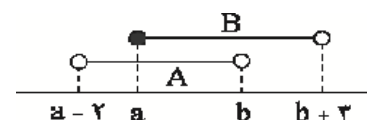
ساده

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۱۳

بازه‌های A و B را روی محور رسم می‌کنیم:



با توجه به محور داریم:

$$A \cap B = [a, b]$$

متوسط

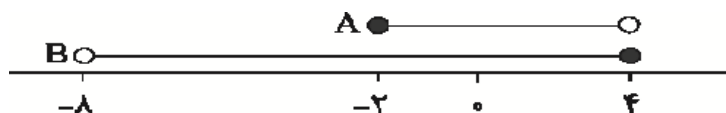
تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۱۴

$$A = [-2, 4] \Rightarrow -2 \leq x < 4$$

$$\xrightarrow{\times(-2)} B: 4 \geq -2x > -8 \Rightarrow (-8, 4]$$



$$A - B = \emptyset$$

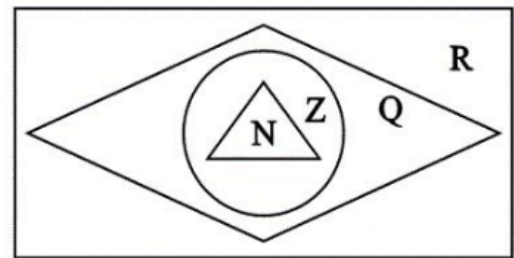
ساده

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۱۵

از آنجا که $N \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R$ است، پس نمودار ون باید به شکل زیر باشد.



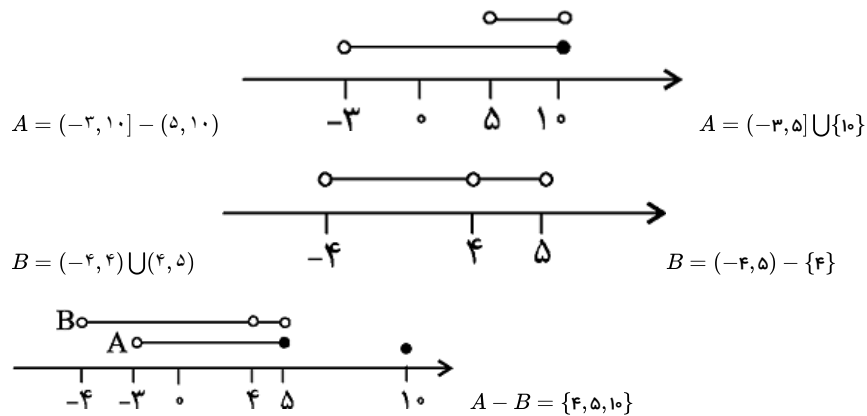
$2\sqrt{5}$ عددی گنگ است پس در مجموعه $R - Q$ یعنی ناحیه ۴ قرار می‌گیرد.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۱۶



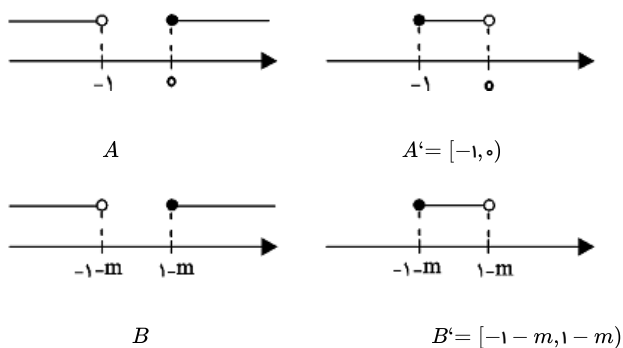
دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

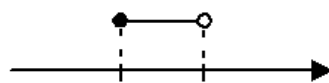
گزینه درست: null

سوال ۱۷

ابتدا به کمک نمایش هندسی مجموعه‌های A و B ، متمم این دو مجموعه را به دست می‌آوریم:



از آنجایی که $A' \cap B' = [-1, 0)$ ، بازه A' زیرمجموعه بازه B' است. یعنی:



$$-1 - m \leq -1 \quad \circ \leq 1 - m$$

$$\begin{cases} -1 - m \leq -1 \\ 1 - m \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq m \\ m \leq 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} 0 \leq m \leq 1$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۱۸

$$A \cap B = \emptyset$$

A و B دو مجموعه جدا از هم هستند، بنابراین:

گزینه (۱): $(A \cap B)' = (\emptyset)' = U$

گزینه (۲): $A \cup B \subseteq U$

$A \cup B$ زیرمجموعه U است و لزوماً با آن برابر نیست.

گزینه (۳): $A - B = A - (A \cap B) = A - \emptyset = A$

گزینه (۴): $(A \cup B)' = U - (A \cup B)$

چون لزوماً $A \cup B = U$ نیست، بنابراین $(A \cup B)'$ لزوماً برابر با مجموعه تهی نیست.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۱۹

$$A_n = \left(\frac{n-1}{n}, \frac{n+1}{n} \right) = \left(1 - \frac{1}{n}, 1 + \frac{1}{n} \right)$$

بنابراین بازه‌های A_n به فاصله $\frac{1}{n}$ پیرامون عدد ۱ هستند. از آنجا که با افزایش n این بازه‌ها کوچک‌تر می‌شوند و به ازای هر n ، $A_{n+1} \subseteq A_n$ است، خواهیم داشت:

$$A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots \cap A_{10} = A_{10} = \left(1 - \frac{1}{10}, 1 + \frac{1}{10} \right) = \left(\frac{9}{10}, \frac{11}{10} \right)$$

ساده

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۲۰

هر یک از مجموعه‌ها را تشکیل می‌دهیم:

$$A_1 = (-1, 1), A_2 = (-2, 2), A_3 = (-3, 3)$$

$$\begin{cases} A_1 \cup A_2 \cup A_3 = (-3, 3) \\ A_1 \cap A_2 = (-1, 1) \end{cases}$$

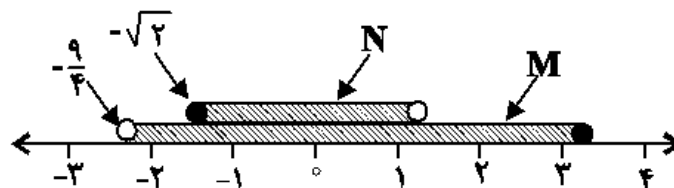
$$\text{تفاضل} = (-3, 3) - (-1, 1) = (-3, -1] \cup [1, 3)$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲۱



$$M = \left(-\frac{9}{4}, \pi \right] \quad \text{و} \quad N = \left[-\sqrt{2}, \frac{\pi}{5} \right)$$

اعداد صحیح در مجموعه $M - N$ عبارتند از $\{-2, 2, 3\}$.

دشواری

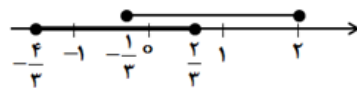
تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۲۲

$$A_1 = \left[\frac{-1}{3}, 2 \right] \quad A_F = \left[\frac{-F}{3}, 1 \right]$$

$$A_F - A_1 = \left[\frac{-F}{3}, \frac{-1}{3} \right)$$



دشواری

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۲۳

ابتدا A_0 ، A_1 و A_2 را حساب می‌کنیم:

$$A_0 = (-1, 0) \quad , \quad A_1 = \left(-\frac{1}{2}, 1\right) \quad , \quad A_2 = \left(-\frac{1}{4}, 2\right)$$

$$\bigcup_{n=0}^{\infty} A_n = (-1, 2) \quad \text{و} \quad \bigcap_{n=0}^{\infty} A_n = \left(-\frac{1}{4}, 0\right)$$

$$\Rightarrow \bigcup_{n=0}^{\infty} A_n - \bigcap_{n=0}^{\infty} A_n = (-1, -\frac{1}{4}] \cup [0, 2) \Rightarrow b = 2, a = -\frac{1}{4}$$

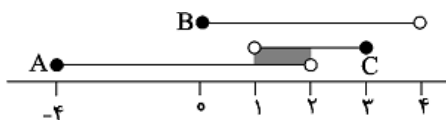
$$\Rightarrow b - a = 2 + \frac{1}{4} = \frac{17}{4}$$

ساده

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۲۴

با توجه به نمایش هندسی بازه‌ها، $A \cap C = (1, 2)$ است و داریم:

$$B - (A \cap C) = [0, 2) - (1, 2) = [0, 1] \cup [2, 4)$$

ساده

تشریحی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

سوال ۲۵

چون مجموعه‌ی A متناهی است، پس تعداد اعضای اشتراک مجموعه‌ی A با هر مجموعه‌ای نمی‌تواند بیش‌تر از تعداد اعضای مجموعه‌ی A باشد، پس مجموعه‌ی $A \cap (B \cup C)$ متناهی است.

چون مجموعه‌ی A متناهی است، پس اشتراک آن با C نیز متناهی است ولی اگر از مجموعه‌ی B که نامتناهی است، مجموعه متناهی کم شود، حاصل آن باز هم نامتناهی است، یعنی مجموعه‌ی $B - (A \cap C)$ نامتناهی است.

ساده

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲۶

 $Z - W$ = مجموعه اعداد صحیح غیر حسابی

$$= \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\} - \{0, 1, 2, 3, \dots\} = \{\dots, -3, -2, -1\}$$

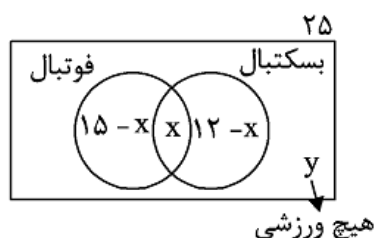
$$= \{-x | x \in N\}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۲۷

فقط اعضای فوتبال: $15-x$ فقط اعضای بسکتبال: $12-x$

$$(15-x) = \frac{3}{2}(12-x) \Rightarrow x = 6$$

$$(15-x) + x + (12-x) + y = 25 \Rightarrow 9 + 6 + 6 + y = 25$$

$$\Rightarrow 21 + y = 25 \Rightarrow y = 4$$

حداکثر یک ورزش = فقط فوتبال یا فقط بسکتبال یا هیچ ورزشی

$$4 + (12-6) + (15-6) = 9 + 6 + 4 = 19$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۲۸

اشتراک دو بازه باز تنها زمانی متناهی است که شامل هیچ عضوی نباشد یا به عبارتی تهی باشد. لذا اشتراک دو بازه باید تهی باشد.

$$\frac{2m-4}{5} \geq \frac{m-3}{2} \xrightarrow{\text{طرفین ضربدر ۱۰}} 4m-8 \geq 5m-18 \Rightarrow m \leq 10$$

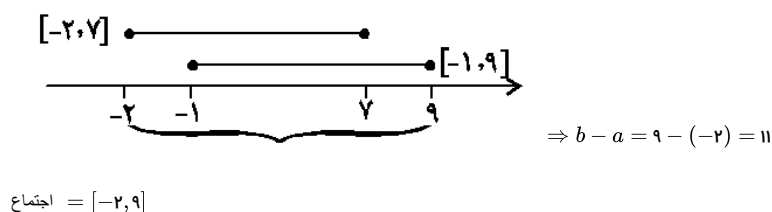
پس به ازای مقادیر طبیعی $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ از m ، اشتراک A و B متناهی می باشد.

ساده

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۲۹

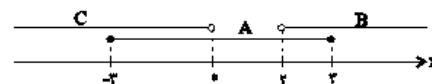
طبق فرض $[-2, 9] \cup [a, 7] = [-1, b]$ شده است. پس b باید برابر ۹ و a باید برابر -۲ باشد، نمایش آن روی محور به صورت زیر است:

ساده

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۰

 A ، B و C را روی محور زیر نشان داده ایم. براساس این محور، داریم:

$$A - B = \{x \in R \mid -3 \leq x \leq 2\} \Rightarrow (A - B) \cap C = \{x \in R \mid -3 \leq x < 0\}$$

$$\Rightarrow (A - B) \cap C = [-3, 0)$$

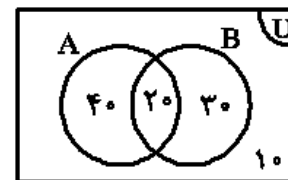
متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۱

اگر A مجموعه دانش‌آموزان عضو تیم فوتبال و B مجموعه دانش‌آموزان عضو تیم والیبال باشند، داریم: (اعداد برحسب درصد هستند).



$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 100 - 10 = 90$$

$$\left. \begin{array}{l} n(A) = 40 \\ n(B) = 30 \\ n(A \cup B) = 90 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ \Rightarrow n(A \cap B) = 40 + 30 - 90 = 20 \end{array}$$

از کل اعضا، آن‌هایی را که در هر دو مجموعه A و B هستند کم می‌کنیم:

$$n(U) - n(A \cap B) = 100 - 20 = 80$$

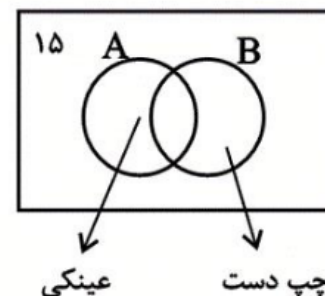
متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۲

اگر افراد عینکی را با A و افراد چپ دست را با B نشان دهیم، داریم:



$$n(A \cup B) = 50 - 15 = 35$$

افرادی که نه چپ‌دست‌اند و نه عینکی کل افراد

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 25 + 20 - n(A \cap B) = 35$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 45 - 35 = 10$$

$\frac{10}{50} = 20\%$: درصد افرادی که هم عینکی و هم چپ‌دست هستند

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۳۳

$$۳۱ + x + ۳۶ + y = ۷۴ \Rightarrow x + y = ۷ \quad (I)$$

تعداد نفراتی که حداکثر یک نوع نوشیدنی مصرف کردند:

$$۳۱ + ۳۶ + y = ۶۷ + y$$

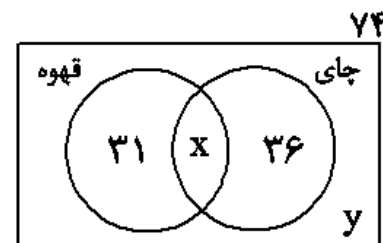
تعداد نفراتی که قهوه نوشیده‌اند: $۳۱ + x$

$$\Rightarrow \frac{۶۷ + y}{۳۱ + x} = ۲ \Rightarrow ۶۷ + y = ۶۲ + ۲x \Rightarrow ۲x - y = ۵ \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I), (II)} \begin{cases} ۲x - y = ۵ \\ x + y = ۷ \end{cases} \Rightarrow ۳x = ۱۲$$

$$\Rightarrow x = ۴, y = ۳$$

$$\Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{۳}{۴}$$



ساده

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۳۴

$$A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$$

$$B = \{4, 6, 8, 10\}$$

$$B^c = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 12, \dots\}$$

$$\Rightarrow A \cap B^c = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۵

$$x \in Z, -2 \leq x \leq 2 \Rightarrow A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 5$$

$$n(B^c) = 14, n(B) + n(B^c) = n(M) \Rightarrow n(B) + 14 = 70 \Rightarrow n(B) = 56$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 5 + 56 - 4 = 57$$

طبق نتیجه کار در کلاس ۶ صفحه ۹ کتاب درسی داریم:

$$\Rightarrow n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = n(M) - n(A \cup B)$$

$$\Rightarrow n(A^c \cap B^c) = 70 - 57 = 13$$

متوسط

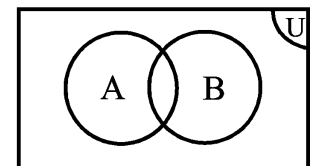
تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۶

A : مجموعه شرکت کنندگان مسابقه موسیقی: $n(A) = 15$

B : مجموعه شرکت کنندگان مسابقه ورزشی: $n(B) = 17$



$$n(A^c) = 20$$

$$\Rightarrow n(U) - n(A) = 20$$

$$\xrightarrow{n(A)=15} n(U) = 35$$

$$n(A \cup B)^c = 4 \Rightarrow n(U) - n(A \cup B) = 4$$

$$\Rightarrow n(U) - [n(A) + n(B) - n(A \cap B)] = 4$$

$$\Rightarrow 35 - [15 + 17 - n(A \cap B)] = 4$$

$$\Rightarrow 35 - 32 + n(A \cap B) = 4 \Rightarrow n(A \cap B) = 1$$

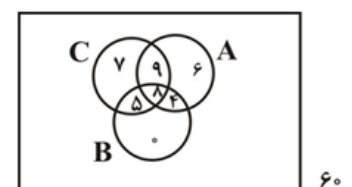
دشواری

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۳۷

$$60 - (9 + 8 + 6 + 4 + 7 + 5) = 21$$



متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۳۸

$$U = \{۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۹\}$$

$$B - A = \{۳, ۵, ۱۱, ۱۳\} - \{۲, ۱۱, ۱۷\} = \{۳, ۵, ۱۳\}$$

$$A - B = \{۲, ۱۱, ۱۷\} - \{۳, ۵, ۱۱, ۱۳\} = \{۲, ۱۷\}$$

$$\Rightarrow (A - B)' = U - (A - B) = \{۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳, ۱۹\}$$

$$\Rightarrow (B - A) \cup (A - B)' = \{۳, ۵, ۱۳\} \cup \{۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳, ۱۹\}$$

$$= \{۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳, ۱۹\} \Rightarrow \text{تعداد اعضا} = ۶$$

ساده

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۳۹

راه حل اول:

$$\left. \begin{array}{l} A = \text{درس ریاضی} \Rightarrow n(A) = ۱۸ \\ B = \text{درس فیزیک} \Rightarrow n(B) = ۱۵ \end{array} \right\}$$

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)') = ۳۲ - ۵ = ۲۷$$

با استفاده از رابطه‌ی تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه، داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow ۲۷ = ۱۸ + ۱۵ - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = ۳۳ - ۲۷ = ۶$$

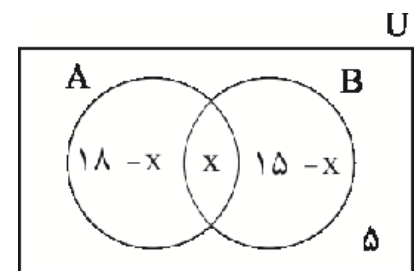
بنابراین تعداد دانش‌آموزانی که به هر دو درس ریاضی و فیزیک علاقه دارند، ۶ نفر است.

راه حل دوم:

با توجه به نمودار ون زیر، اگر x تعداد دانش‌آموزانی باشد که هم به درس ریاضی و هم به درس فیزیک علاقه دارند داریم:

$$(۱۸ - x) + x + (۱۵ - x) + ۵ = ۳۲$$

$$\Rightarrow ۳۸ - x = ۳۲ \Rightarrow x = ۶$$



متوسط

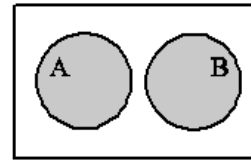
تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

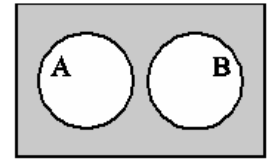
سوال ۴۰

A و B دو مجموعه جدا از هم هستند، یعنی اشتراک آنها تهی است. با توجه به نمودار ون زیر، $A - B = A$ و $B - A = B$ می‌شود. پس داریم:

$$((A - B) \cup (B - A))^c = (A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$



$$A \cup B$$



$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

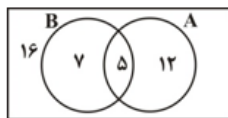
متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۴۱

اگر مجموعه دانش آموزان کلاس که به موسیقی علاقه مند هستند را A و مجموعه دانش آموزان علاقه مند به نقاشی را B نشان دهیم، داریم:



$$n(A) = 17, n(B) = 12, n(A \cap B) = 5, n(U) = 40$$

الف) باید $n(A - B)$ را حساب کنیم:

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 17 - 5 = 12$$

ب) باید $n(A \cup B)$ را حساب کنیم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 17 + 12 - 5 = 24$$

پ) باید $n(U) - n(A \cup B)$ را حساب کنیم:

$$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 40 - 24 = 16$$

ت) باید $n((A \cup B) - (A \cap B))$ را حساب کنیم:

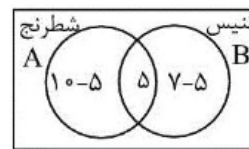
$$n(A \cup B) - n(A \cap B) = 24 - 5 = 19$$

ساده

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۴۲



$$\Rightarrow n(A \cup B) = 5 + 5 + 2 = 12$$

$$n((A \cup B)^c) = 30 - 12 = 18$$

یعنی ۱۲ نفر به این ورزش‌ها علاقه‌مند هستند. بنابراین:

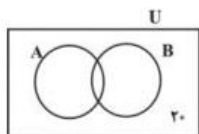
۱۸ نفر به هیچ کدام از این رشته‌های ورزشی علاقه ندارند.

متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۴۳



$$n(A) = 43$$

$$n(A \cup B)^c = 20$$

: کسانی که عینک می زنند.

$$n(B) = 91$$

$$n(U) = 130$$

B: کسانی که ساعت در دست دارند.

$$\text{الف)} \quad n(A \cup B) = n(U) - n(A \cup B)^c = 130 - 20 = 110$$

$$\text{ب)} \quad n(A \cap B) = ?$$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$$

$$= 43 + 91 - 110 = 24$$

$$\text{پ)} \quad n(A \cup B) - n(A \cap B) = 110 - 24 = 86$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۴۴

مجموعه‌های A و B مجزا هستند، پس $n(A \cap B) = 0$ است. داریم:

$$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 22$$

$$\frac{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)}{n(A \cap B) = 0} \rightarrow n(U) - (n(A) + n(B) - n(A \cap B)) = 22$$

$$\frac{n(B) = \frac{1}{3} n(U)}{\rightarrow n(U) - (18 + \frac{1}{3} n(U)) = 22}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} n(U) - 18 = 22 \Rightarrow \frac{2}{3} n(U) = 40 \Rightarrow n(U) = 60$$

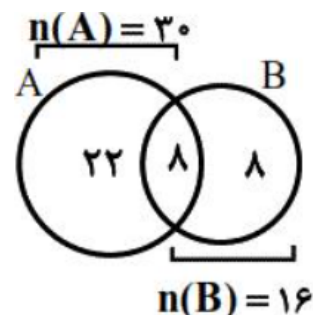
ساده

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۴۵

$$2n(A \cap B) = 16 \Rightarrow n(A \cap B) = 8$$



طبق نتیجه کار در کلاس ۶ صفحه ۹ کتاب درسی داریم:

$$n(B \cap A^c) = n(B - A) = 8$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

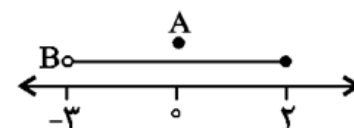
گزینه درست: null

سوال ۴۶

مجموعه A ، شامل اعداد صحیح بازه $(-1, 1)$ است که شامل یک عدد می‌باشد:

$$A = \{0\}$$

$$B - A = (-3, 0) \cup (0, 2]$$



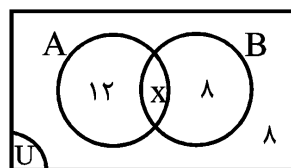
متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۴۷

اگر A و B به ترتیب مجموعه شرکت کنندگان در المپیادهای زیست و شیمی باشند، با فرض $n(A \cap B) = x$ و با توجه به نمودار ون که در زیر آمده، داریم:



$$\Rightarrow 12 + x + 8 + 8 = 51 \Rightarrow x = 23$$

بنابراین تعداد افرادی که لااقل در یکی از این دو المپیاد شرکت می‌کنند، برابر با $12 + 23 + 8 = 43$ می‌باشد.

ساده

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۴۸

$$n(A) = 25$$

$$n(B) = 17$$

$$n(A \cup B)^c = 18$$

$$n(A \cup B) = 52 - 18 = 34$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$34 = 25 + 17 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 8$$

$$n(B) - n(A \cap B) = 17 - 8 = 9$$

A والیبال
 B بسکتبال

پس ۹ نفر فقط عضو تیم بسکتبال هستند.

ساده

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۴۹

از آن جا که $B \cup B^c$ برابر با مجموعه مرجع (U) است نتیجه می گیریم که $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ است. بنابراین چون $A = \{1, 5, 6\}$ است، پس $A^c = \{2, 3, 4, 7\}$ است.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۵۰

$$n(A \cup B) = ۴۱ - ۵ = ۳۶$$

$$n(A) = ۲۸$$

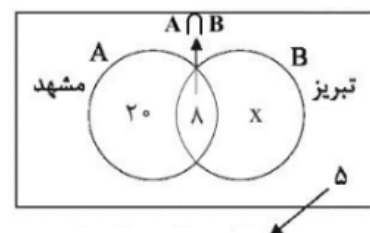
$$n(A \cap B) = ۸$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow ۳۶ = ۲۸ + n(B) - ۸ \Rightarrow n(B) = ۱۶$$

$$x = n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = ۱۶ - ۸ = ۸ \quad \text{فقط تبریز}$$

$$n(U) = ۴۱$$



۵ نفری که مسافرت نرفته اند

ساده

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۵۱

جمله‌ی عمومی هر الگوی خطی به صورت $t_n = an + b$ است.

$$t_5 = ۲۳ \Rightarrow ۲۳ = a \times ۵ + b$$

$$t_7 = ۳۱ \Rightarrow ۳۱ = a \times ۷ + b$$

$$\Rightarrow (۷a + b) - (۵a + b) = ۸ \Rightarrow ۲a = ۸ \Rightarrow a = ۴$$

$$\frac{۵a+b=۲۳}{a=۴} \rightarrow ۲۰ + b = ۲۳ \Rightarrow b = ۳$$

$$\text{جمله‌ی عمومی الگوی خطی} : t_n = ۴n + ۳$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۵۲

روش اول:

ابتدا جمله عمومی دنباله درجه ۲ را که به صورت $t_n = an^2 + bn + c$ است را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} t_1 = a + b + c = 4 \\ t_2 = 4a + 2b + c = 10 \\ t_3 = 9a + 3b + c = 19 \end{cases} \begin{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 3a + b = 6 \\ \xrightarrow{\text{تفاضل}} 5a + b = 9 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 2a = 3$$

$$\Rightarrow a = \frac{3}{2} \xrightarrow{\text{جایگذاری}} b = \frac{3}{2}, c = 1$$

$$\Rightarrow t_n = \frac{3}{2}n^2 + \frac{3}{2}n + 1$$

$$t_{10} = \frac{3}{2}(100) + \frac{3}{2}(10) + 1 = 150 + 15 + 1$$

$$\Rightarrow t_{10} = 166$$

روش دوم: جملات دنباله درجه ۲ را می نویسیم:

$$\begin{matrix} a_1, a_3, a_6, a_{10} \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ 4, 10, 19, 31, \dots \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} & & 3 & & 3 \\ & \text{تفاضل: } 25-3 & & \text{تفاضل: } 6 & \\ & \text{تفاضل: } 6 & & \text{تفاضل: } 9 & \\ 4 & + & 10 & + & 19 & + & 31, \dots \end{matrix}$$

$$\text{فرض } t_n = an^2 + bn + c$$

$$2a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow t_n = \frac{3}{2}n^2 + bn + c$$

$$\begin{cases} t_1 = 4 \Rightarrow \frac{3}{2} + b + c = 4 \\ t_2 = 10 \Rightarrow 6 + 2b + c = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b + c = \frac{5}{2} \\ 2b + c = 4 \end{cases} \Rightarrow b = \frac{3}{2}, c = 1$$

$$\Rightarrow t_n = \frac{3}{2}n^2 + \frac{3}{2}n + 1$$

$$t_{10} = \frac{3}{2}(100) + \frac{3}{2}(10) + 1 = 150 + 15 + 1$$

دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

سوال ۵۳

(الف) ... ۱۸ و ۱۵ و ۱۲ و ۹ و ۳

$$(ب) t_n = 3n$$

$$(پ) 255 = 3n \Rightarrow n = 85$$

دشواری

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۵۴

جمله عمومی دنباله خطی یک چندجمله‌ای درجه اول بر حسب n می‌باشد، یعنی ضریب جمله درجه دوم باید صفر باشد، پس داریم:

$$t_n = (k-3)n^2 - (2k+1)n + 18k \Rightarrow k-3=0 \Rightarrow k=3$$

$$\xrightarrow{t_n > 0} t_n = -7n + 54 > 0 \Rightarrow 7n < 54 \Rightarrow n < 7.7 \dots$$

$\Rightarrow$ جمله مثبت دارد. $\Rightarrow n \leq 7$

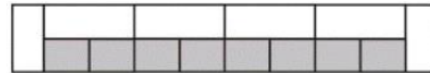
دشواری

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۵۵

(الف)



تعداد کاشی های سفید
تعداد کاشی های تیره

(ب)

$$\text{تعداد کاشی های سفید} = n + 3 \quad n + 3 = 40 \Rightarrow n = 37$$

$$\text{تعداد کاشی های تیره} = 2n + 2 \xrightarrow{n=37} 2(37) + 2 = 76$$

$$\text{مجموع تعداد کاشی ها} = n + 3 + 2n + 2 = 3n + 5$$

(ج)

$$3n + 5 = 50 \Rightarrow 3n = 45 \Rightarrow n = 15$$

دشواری

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۵۶

می‌دانیم جمله عمومی یک الگوی خطی به فرم کلی $t_n = an + b$ است. بنابراین جمله شامل n^2 باید حذف شود.

$$t_n = (a-2b)n^2 + bn + 1$$

$$a-2b=0 \Rightarrow a=2b \quad (*)$$

چون r_n و t_n جمله عمومی یک الگو هستند، پس:

$$\begin{cases} t_n = b+1 \\ r_n = -n+c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b-1 \xrightarrow{(*)} a=-2 \\ c=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a+b+c = -2-1+1 = -2$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۵۷

اگر جمله عمومی دنباله را به صورت $t_n = an^2 + bn + c$ در نظر بگیریم، داریم:

$$t_1 = 5 \Rightarrow a + b + c = 5 \quad (1)$$

$$t_2 = 12 \Rightarrow 4a + 2b + c = 12 \quad (2)$$

$$t_3 = 22 \Rightarrow 9a + 3b + c = 22 \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(2)-(1)}$$

$$\begin{cases} 3a + b = 7 \\ 5a + b = 17 \end{cases} \Rightarrow a = 1/5, b = 2/5$$

$$\xrightarrow{(3)-(1)}$$

$$\xrightarrow{(1)} 1/5 + 2/5 + c = 5 \Rightarrow c = 1$$

در نتیجه دنباله به صورت $t_n = 1/5n^2 + 2/5n + 1$ است.

$$t_{10} = 1/5 \times (10^2) + 2/5 \times 10 + 1 = 150 + 25 + 1 = 176$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

سوال ۵۸

$$t_n = n(n+1) - 1 \quad (\text{الف})$$

$$t_{10} = 10(10+1) - 1 \Rightarrow t_{10} = 109 \quad (\text{ب})$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۵۹

اعداد $5, 12, 21, 32, \dots$ جملات یک دنباله درجه دوم هستند. جمله عمومی این دنباله را به صورت $t_n = an^2 + bn + c$ در نظر می‌گیریم. اگر دنباله‌ای با جملات $c_n = t_{n+1} - t_n$ تشکیل دهیم، نشان می‌دهیم که c_n یک دنباله حسابی است:

$$c_n = t_{n+1} - t_n = a(n+1)^2 + b(n+1) + c - (an^2 + bn + c)$$

$$\Rightarrow c_n = an^2 + 2an + a + bn + b + c - an^2 - bn - c = 2an + a + b$$

دنباله $c_n = 2an + a + b$ یک دنباله حسابی با قدر نسبت ۲ا و جمله اول $3a + b$ است. حال با توجه به اعداد داده شده، جملات دنباله c_n را می‌نویسیم:

$$c_n : 12 - 5, 21 - 12, 32 - 21, \dots \Rightarrow c_n : 7, 9, 11, \dots$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{قدرنسبت} = 2 \\ \text{جمله اول} = 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a = 2 \Rightarrow a = 1 \\ 3a + b = 7 \Rightarrow 3 + b = 7 \Rightarrow b = 4 \end{cases}$$

پس $t_n = n^2 + 4n + c$ است و داریم:

$$t_1 = 5 \Rightarrow 1^2 + 4 \times 1 + c = 5 \Rightarrow c = 0 \Rightarrow t_n = n^2 + 4n$$

$$\Rightarrow t_{21} = (21)^2 + 4(21) = 441 + 84 = 525$$

$$t_{21} - t_1 = 525 - 5 = 520$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۶۰

جمله عمومی الگوی خطی به صورت $c_n = an + b$ است که اختلاف هر دو جمله متوالی همان ضریب n در c_n است، پس:

$$a = -4, c_{11} = -29 \Rightarrow -4(11) + b = -29$$

$$\Rightarrow b = -29 + 44 = 15 \Rightarrow c_n = -4n + 15$$

$$c_n = -65 \Rightarrow -4n = -65 - 15 = -80 \Rightarrow n = 20$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۶۱

$$3^1 \times 3^2 \times 3^3 \times \dots \times 3^{10} = 3^{(1+2+3+\dots+10)} = 3^{\frac{10(11)}{2}} = 3^{55}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۶۲

با توجه به این که $a_{n+2} - a_{n+1} = a_{n+1} - a_n$ می‌توان گفت که دنباله مورد نظر، یک دنباله حسابی است. البته با نوشتن چند جمله، از جملات دنباله داده شده هم متوجه می‌شویم که $\{a_n\}$ یک دنباله حسابی با جمله اول ۱ و قدر نسبت ۳ می‌باشد، پس جمله عمومی آن به صورت $a_n = 3^n - 2$ خواهد بود. بنابراین:

$$100 \leq 3^n - 2 < 1000 \Rightarrow 102 \leq 3^n < 1002$$

$$\Rightarrow 34 \leq n < 344 \Rightarrow 34 \leq n \leq 333$$

$$\text{تعداد جملات سه رقمی} = 333 - 34 + 1 = 300$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۶۳

جمله عمومی دنباله را t_n فرض می‌کنیم. مجموع دو جمله اول ۸ برابر مجموع دو جمله آخر است، یعنی:

$$t_1 + t_2 = 8(t_{10} + t_{11}) \Rightarrow t_1 + t_1 r = 8(t_1 r^9 + t_1 r^{10})$$

$$\Rightarrow t_1(1+r) = 8t_1 r^9(1+r) \Rightarrow 1 = 8r^9 \Rightarrow r^9 = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow (r^3)^3 = \left(\frac{1}{8}\right)^3 \Rightarrow r^3 = \frac{1}{2}$$

$$\text{خواسته سوال: } \frac{t_F}{t_1} = \frac{t_1 r^3}{t_1} = r^3 = \frac{1}{2}$$

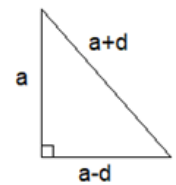
دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۶۴

اضلاع مثلث را به صورت سه جمله دنباله حسابی با قدر نسبت d می‌نویسیم.



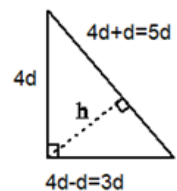
طبق رابطه فیثاغورس:

$$a^2 + (a-d)^2 = (a+d)^2$$

$$\Rightarrow a^2 + (a^2 + d^2 - 2ad) = a^2 + d^2 + 2ad$$

$$\Rightarrow a^2 = 4ad \xrightarrow{a \neq 0} a = 4d$$

با جایگذاری $a = 4d$ در اضلاع مثلث داریم:



دو ارتفاع مثلث قائم‌الزاویه که اضلاع قائمه باشد مشخص‌اند و برابر $3d$ و $4d$ هستند. برای پیدا کردن ارتفاع سوم داریم:

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{2} = \frac{4d \times 3d}{2} = \frac{h \times 5d}{2} \Rightarrow h = 2/5d$$

$$\frac{\text{کوچکترین ارتفاع}}{\text{بزرگترین ارتفاع}} = \frac{2/5d}{4d} = 0/6$$

ساده

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۶۵

$$\begin{cases} t_f = 24 \Rightarrow t_1 r^3 = 24 \\ t_v = 192 \Rightarrow t_1 r^6 = 192 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{t_v}{t_f} = \frac{t_1 r^6}{t_1 r^3} = \frac{192}{24} \Rightarrow r^3 = 8 = 2^3 \Rightarrow r = 2$$

$$t_1 r^3 = 24 \Rightarrow t_1 \times 8 = 24 \Rightarrow t_1 = 3$$